## 基础课11 指数函数

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **考点考向** | **课标要求** | **真题印证** | **考频热度** | **核心素养** |
| 指数函数 | 掌握 | 2023年新高考Ⅰ卷  2023年全国甲卷（文）  2023年北京卷 | ★★☆ | 逻辑推理  直观想象 |
| 命题分析预测 | 从近几年高考的情况来看，指数函数是高考常考内容，一般以选择题或填空题的形式出现，试题难度中等.命题热点为指数函数的图象与性质，预计2025年高考会在分段函数中考查指数函数 | | | |

### 基础知识·诊断

#### 夯实基础

##### 一、指数函数的定义

一般地，函数且叫作指数函数，其中指数是自变量，定义域是.

##### 二、指数函数的图象与性质

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 图象 |  |  |
| 定义域 |  | |
| 值域 | ① | |
| 性质 | 过定点 | |
| 当时，；  当时， | 当时，；  当时，② |
| 在上是增函数 | 在上是减函数 |
| 与的图象关于轴对称 | |

#### 诊断自测

##### 题组1 走出误区

1. 判一判.（对的打“√”,错的打“×”）

（1） 函数是指数函数.( × )

（2） 函数的值域是.( × )

（3） .( √ )

（4） 若且,则.( × )

2. （易错题）已知且，若函数在上的最大值为10，则或 .

**【易错点】**忽视对底数的分类讨论致误.

[解析]①若，则函数在上单调递增，故在上单调递增，当时，取得最大值，最大值为，

即，又，所以.②若，则函数在上单调递减，故在上单调递减，当时，取得最大值，最大值为，所以.综上所述，的值为或.

##### 题组2 走进教材

3. （人教A版必修①P120·T9改编）已知函数的图象过原点，且无限接近直线但又不与该直线相交，则.

[解析]由题意知，,，所以，所以，所以.

4. （人教A版必修①P119·T6改编）若，，，则，，的大小关系是( B ).

A. B. C. D.

[解析]因为函数在上是减函数，所以，又因为幂函数在上单调递增，且，所以，所以，又函数是上的增函数，所以，所以.故选.

##### 题组3 走向高考

5. [2023·北京卷]下列函数中，在区间上单调递增的是( C ).

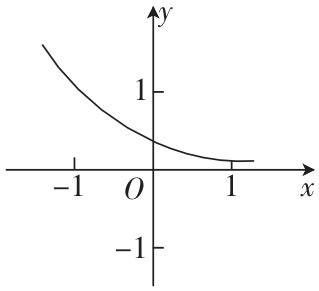
A. B. C. D.

[解析]由指数函数及对数函数的单调性得选项，，错误.由反比例函数的性质可知选项正确.故选.

### 考点聚焦·突破

#### 考点一 指数函数的图象及应用［师生共研］

典例1（1） 函数的图象如图所示,其中,为常数,则下列结论正确的是( D ).

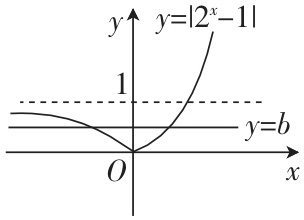


A. , B. , C. , D. ,

[解析]由的图象可以观察出,函数在定义域上单调递减,所以,又函数的图象是由的图象向左平移得到的,所以.故选.

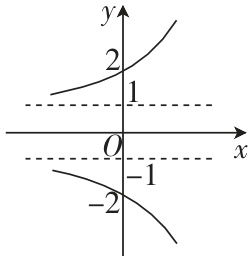
（2） 若函数的图象与直线有两个公共点,则实数的取值范围为.

[解析]作出函数的图象与直线，如图所示.由图象可得实数的取值范围是.



变式设问1 若将本例（2）中的条件“函数的图象与直线有两个公共点”改为“曲线与直线没有公共点”,则实数的取值范围是.

[解析]作出曲线,如图所示,要使该曲线与直线没有公共点,只需.



变式设问2 若将本例（2）中的条件“函数的图象与直线有两个公共点”改为“函数在上单调递减”,则实数的取值范围为.

[解析]因为函数的单调递减区间为,所以,即实数的取值范围为.



**有关指数函数图象问题的解题思路**

1.已知函数的解析式判断其图象,一般是取特殊点,判断选项中的图象是否过这些点,若不满足则排除.

2.对于有关指数型函数的图象问题,一般是从最基本的指数函数的图象入手,通过平移、伸缩、对称变换而得到.特别地,当底数与1的大小关系不确定时,应注意分类讨论.

3.有关指数方程、不等式问题的求解,往往是利用相应的指数型函数图象,数形结合求解.

4.根据指数函数图象判断底数大小的问题,可以通过直线与图象的交点进行判断.

#### 考点二 指数函数的性质及应用［多维探究］

##### 比较大小角度1

典例2（1） 已知，，,则( A ).

A. B. C. D.

[解析],,,

.故选.

（2） 已知，，,则,,的大小关系是.

[解析]，指数函数在上单调递减，

,即,

,即.



**比较指数幂大小的常用方法**

|  |  |
| --- | --- |
| 单调性法 | 因为不同底的指数幂化为同底后可以应用指数函数的单调性比较大小，所以能够化同底的尽可能化同底 |
| 取中间值法 | 不同底、不同指数的指数幂比较大小时，先与中间值（特别是0，1）比较大小，然后得出大小关系 |
| 函数图象法 | 根据指数函数的特征，在同一平面直角坐标系中作出它们的函数图象，借助图象比较大小 |

##### 解指数方程或不等式角度2

典例3 （1）若满足方程，则或1.

（2）已知的值域为，则的取值范围是.

[解析]（1）因为，所以，则，即，解得或.

（2）因为的值域为，所以，且，所以或，即或，所以的取值范围是.



**解指数不等式的常用方法**

|  |  |
| --- | --- |
| 性质法 | 解形如的不等式，可借助函数的单调性求解，如果的取值不确定，那么需要分与两种情况进行讨论 |
| 转化法 | 解形如的不等式，可先将转化为以为底数的指数幂的形式，再借助函数的单调性求解 |
| 图象法 | 解形如的不等式，可利用对应的函数图象求解 |

##### 求参数值（范围）角度3

典例4 （1）已知函数（为常数）,若在上是增函数,则实数的取值范围是.

（2）若函数的值域是,,则的单调递增区间是.

[解析]（1）令,则在,上单调递增,在 ,上单调递减.而在上单调递增,所以要使函数在上单调递增,则,即,所以实数的取值范围是.

（2）令,

因为的值域是,,所以的值域是.故解得,

所以,.

因为的单调递减区间是,所以的单调递增区间是.



**指数函数性质的综合应用问题的解题策略**

涉及指数函数的综合问题，首先要掌握指数函数的相关性质，其次要明确复合函数的构成，在涉及值域、单调区间、最值等问题时，都要借助“同增异减”这一性质进行分析判断.

##### 多维训练

1. [2024·九江模拟]已知，，，则,,的大小关系是( B ).

A. B. C. D.

[解析] ，，

又，，

由指数函数在上单调递减，可知，

.故选.

2. 若关于的不等式在上恒成立，则实数的取值范围是,.

[解析]问题转化为在上恒成立.

因为函数和在上均为减函数，

所以在上的最大值为,故.

3. 已知一元二次不等式的解集为,，则的解集为.

[解析]依题意，的解集为,，由得，即，所以，所以不等式的解集为.